

การทดลองแบบแฟคทอเรียล Factorial experimental

อภิรัตน์ แซ่ลิ่ม

Page 1

ลักษณะการทดลองแฟคทอเรียล

- เป็นการทดลอง ที่ศึกษาอิทธิพล (effects) ของสองปัจจัย (factors) หรือสองหรือสามขึ้นไป โดยแต่ละปัจจัยมีหลาย ระดับ (levels)
- การเลือกแผนการทดลองให้กับการทดลองแฟคทอเรียล สามารถใช้แผนการทดลองพื้นฐานแบบใดก็ได้ที่เหมาะสม เช่น
 - ★ แผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์
 - ★ แผนการทดลองสุ่มสมบูรณ์ในบล็อก
 - ★ แผนการทดลองลาตินสแควร์

Page 2

การทดลองแฟคทอเรียล

- การจัดทริทเมนต์ให้หน่วยทดลองเป็นการจัดแบบแฟคทอเรียล คือ การนำแต่ละระดับของแต่ละปัจจัยมารวมกัน (Treatment combination) เช่น a_1b_1 , a_1b_2 , a_1b_3 , a_2b_1 , a_2b_2 , a_2b_3 เป็นต้น
- การเรียกชื่อการทดลองแฟคทอเรียล ใช้วิธีการนำตัวเลขระดับของแต่ละปัจจัยมาคูณกัน เช่น $a \times b$ factorial หมายถึงแผนการทดลองที่มี 2 ปัจจัย โดยปัจจัยแรกมี a ระดับ ปัจจัยที่ 2 มี b ระดับ จากนั้นจัดทริทเมนต์โดยการเลือกแผนการทดลองพื้นฐาน เช่น $a \times b$ factorial in CRD หมายถึง $a \times b$ แฟคทอเรียลในแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ หรือ วางแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ที่จัดทริทเมนต์แบบ $a \times b$ แฟคทอเรียล

Page 3

ประโยชน์ของการทดลองแฟคทอเรียล

- สามารถที่จะประมาณอิทธิพลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของหลายปัจจัยพร้อมกัน
- สามารถประมาณอิทธิพลแต่ละปัจจัย และประมาณอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัยได้

Page 4

ปัจจัยและระดับของปัจจัย

- **ปัจจัย (Factor)** คือ ทริทเมนต์ที่ใช้ในแผนการทดลอง ส่วนใหญ่แทนด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่
- **ระดับ (Level)** คือ ระดับของปัจจัย มักแทนด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กและห้อยตัวเลขแทนลำดับในปัจจัย ตัวอย่างเช่น การทดลอง มี 2 ปัจจัย
 - ★ ปัจจัย A มีจำนวน a ระดับ
 - ★ ปัจจัย B มีจำนวน b ระดับ
 - ★ a_1, b_2 คือ การรวมกันของปัจจัย A ระดับที่ 1 และปัจจัย B ในระดับที่ 2

A	B	
	b_1	b_2
a_1	a_1b_1	a_1b_2
a_2	a_2b_1	a_2b_2

Page 5

อิทธิพลของปัจจัย

- **อิทธิพล (Effect)** คือ การเปลี่ยนแปลงของค่าสังเกตที่วัดได้จากหน่วยทดลองที่ได้รับผลจากระดับต่าง ๆ ของปัจจัย
 - ★ **อิทธิพลเดี่ยว (Simple effect)** หมายถึง ผลต่างระหว่างระดับต่างๆของปัจจัยหนึ่งบนระดับใดระดับหนึ่งของปัจจัยอื่น
 - ★ **อิทธิพลหลัก (Main effect)** หมายถึง ค่าเฉลี่ยของอิทธิพลเดี่ยวของปัจจัย
 - ★ **อิทธิพลร่วม (Interaction effect)** หมายถึง ความแตกต่างระหว่าง อิทธิพลเดี่ยวของปัจจัยหนึ่งที่ระดับต่างๆ ของอีกปัจจัยหนึ่ง มักแทนด้วยสัญลักษณ์ AB

Page 6

อิทธิพลของปัจจัย

A	B		mean	$b_2 - b_1$
	b_1	b_2		
a_1	10	15	12.5	5
a_2	5	20	12.5	15
mean	7.5	17.5	12.5	10.0
$a_2 - a_1$	-5	5	0	

อิทธิพลเดี่ยวของ B ที่ระดับ a_1

อิทธิพลเดี่ยวของ B ที่ระดับ a_2

อิทธิพลหลักของ B

อิทธิพลเดี่ยวของ A ที่ระดับ b_1

อิทธิพลเดี่ยวของ A ที่ระดับ b_2

อิทธิพลหลักของ A

Page 7

อิทธิพลของปัจจัย

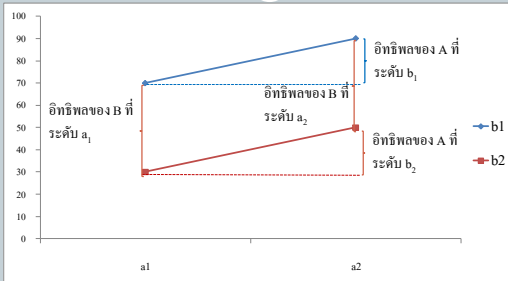
- **อิทธิพลร่วม**
 - ★ ถ้าพิจารณาจากอิทธิพลเดี่ยวของ A

$$AB = (a_2b_2 - a_1b_2) - (a_2b_1 - a_1b_1) = (20 - 15) - (5 - 10) = 10$$
 - ★ ถ้าพิจารณาจากอิทธิพลเดี่ยวของ B

$$AB = (a_2b_2 - a_2b_1) - (a_1b_2 - a_1b_1) = (20 - 5) - (15 - 10) = 10$$

Page 8

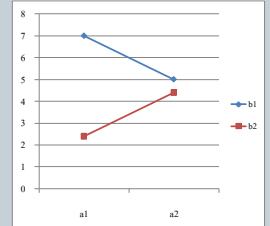
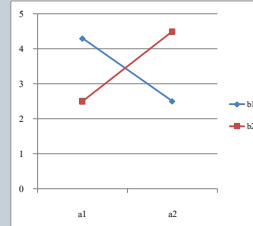
อิทธิพลของปัจจัย



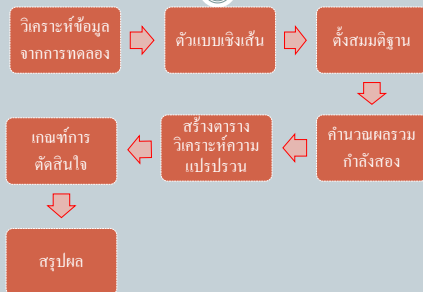
อิทธิพลของปัจจัย

การมีอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A และ B

การมีอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A และ B



ขั้นตอนการวิเคราะห์ทางสถิติ



ลักษณะข้อมูลของการทดลองแฟคทอเรียล

ตัวอย่าง การทดลองแฟคทอเรียลที่มี 2 ปัจจัย คือ A 2 ระดับ และ B 3 ระดับ จำนวน 3 ซ้ำ

A	ซ้ำ	B			ผลรวม	ผลรวมของ A
		b_1	b_2	b_3		
a_1	1	y_{111}	y_{121}	y_{131}	$T_{.11}$	
	2	y_{112}	y_{122}	y_{132}	$T_{.12}$	
	3	y_{113}	y_{123}	y_{133}	$T_{.13}$	
ผลรวม		$T_{1.}$	$T_{2.}$	$T_{3.}$	$T_{.1.}$	$T_{.}$
a_2	1	y_{211}	y_{221}	y_{231}	$T_{.21}$	
	2	y_{212}	y_{222}	y_{232}	$T_{.22}$	
	3	y_{213}	y_{223}	y_{233}	$T_{.23}$	
ผลรวม		$T_{2.}$	$T_{.22}$	$T_{.23}$	$T_{.2.}$	$T_{.}$
ผลรวมของ B		$T_{.1.}$	$T_{.2.}$	$T_{.3.}$		$T_{.}$

การทดลองแฟกเตอร์เดียวใน CRD กรณี 2 ปัจจัย

- ตัวแบบของการทดลองแฟกเตอร์เดียวใน CRD กรณี 2 ปัจจัย

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, a$; $j = 1, 2, 3, \dots, b$; $k = 1, 2, 3, \dots, r$

โดย y_{ijk} คือ ค่าสังเกตในปัจจัย A ระดับที่ i ปัจจัย B ในระดับที่ j ซ้ำที่ k

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวม

α_i คือ อิทธิพลของระดับที่ i ของปัจจัย A

β_j คือ อิทธิพลของระดับที่ j ของปัจจัย B

$(\alpha\beta)_{ij}$ คือ อิทธิพลร่วมของระดับที่ i ของปัจจัย A และระดับที่ j ของปัจจัย B

ε_{ijk} คือ ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง

การตั้งสมมติฐาน

1) ปัจจัย A

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_r$$

H_1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 1 คู่ของระดับปัจจัย A แตกต่างกัน

หรือ $H_0: \alpha_i = 0$ (ไม่มีอิทธิพลของปัจจัย A)

$H_1: \alpha_i \neq 0$ (มีอิทธิพลของปัจจัย A)

2) ปัจจัย B

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_j$$

H_1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 1 คู่ของระดับปัจจัย B แตกต่างกัน

หรือ $H_0: \beta_j = 0$ (ไม่มีอิทธิพลของปัจจัย B)

$H_1: \beta_j \neq 0$ (มีอิทธิพลของปัจจัย B)

การตั้งสมมติฐาน

3) ปัจจัยร่วมระหว่าง A และ B

$$H_0: \mu_{11} = \mu_{12} = \mu_{13} = \dots = \mu_j$$

H_1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 1 คู่ของระดับปัจจัยร่วม A B แตกต่างกัน

หรือ $H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0$ (ไม่มีอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A และ B)

$H_1: (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$ (มีอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A และ B)

การคำนวณผลรวมกำลังสอง

- ผลรวมกำลังสองหรือความผันแปรสามารถเขียนในรูปสมการ คือ

$$SST = SSTR + SSE \quad \text{เมื่อ} \quad SSTR = SSA + SSB + SSAB$$

$$SST = SSA + SSB + SSAB + SSE$$

โดยที่ SST คือ ความผันแปรของค่าสังเกตทั้งหมด

SSTR คือ ความผันแปรระหว่างทริทเมนต์

SSA คือ ความผันแปรระหว่างทริทเมนต์ของปัจจัย A

SSB คือ ความผันแปรระหว่างทริทเมนต์ของปัจจัย B

SSAB คือ อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A และปัจจัย B

SSE คือ ความผันแปรของการทดลอง

การคำนวณผลรวมกำลังสอง

• การคำนวณ

$$SST = \sum_{i=1}^a \sum_{j=2}^b \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s (y_{ijkl} - \bar{y}_{...})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=2}^b \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s \frac{T_{ijkl}^2}{abr} - \frac{T^2}{abr}$$

$$SSTr = r \sum_{i=1}^a \sum_{j=2}^b (\bar{y}_{ij..} - \bar{y}_{...})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=2}^b \frac{T_{ij..}^2}{r} - \frac{T^2}{abr}$$

$$SSA = br \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{...})^2 = \sum_{i=1}^a \frac{T_{i...}^2}{br} - \frac{T^2}{abr}$$

$$SSB = ar \sum_{j=2}^b (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 = \sum_{j=2}^b \frac{T_{.j.}^2}{ar} - \frac{T^2}{abr}$$

$$SSAB = SSTr - SSA - SSB$$

$$SSE = SST - SSA - SSB - SSAB$$

การสร้างตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

S.O.V.	df	S.S.	M.S.	F
ทั้งหมด	ab - 1	SSTr		
ปัจจัย A	a - 1	SSA	MSA	$F_A = \frac{MSA}{MSE}$
ปัจจัย B	b - 1	SSB	MSB	$F_B = \frac{MSB}{MSE}$
อิทธิพลร่วม AB	(a - 1)(b - 1)	SSAB	MSAB	$F_{AB} = \frac{MSAB}{MSE}$
ความคลาดเคลื่อน	ab(r - 1)	SSE	MSE	
Total	abr - 1	SST	Total	

Page 18

การตัดสินใจ

- ปัจจัย A ปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $F_A \geq F_{\alpha(V_1, V_2)}$
ไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $F_A < F_{\alpha(V_1, V_2)}$ เมื่อ $V_1 = a - 1, V_2 = ab(r - 1)$
- ปัจจัย B ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $F_B \geq F_{\alpha(V_1, V_2)}$
ไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $F_B < F_{\alpha(V_1, V_2)}$ เมื่อ $V_1 = b - 1, V_2 = ab(r - 1)$
- อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A และปัจจัย B
ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $F_{AB} \geq F_{\alpha(V_1, V_2)}$
ไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $F_{AB} < F_{\alpha(V_1, V_2)}$
เมื่อ $V_1 = (a - 1)(b - 1), V_2 = ab(r - 1)$

Page 19

การสรุปผล

- ปัจจัย A
 - ปฏิเสธ H_0 : ปัจจัย A มีอิทธิพลต่อค่าสังเกต หรือมีความแตกต่างของค่าสังเกตที่ปัจจัย A อย่างน้อย 2 ระดับ
 - ไม่ปฏิเสธ H_0 : ปัจจัย A ไม่มีอิทธิพลต่อค่าสังเกต หรือไม่มีความแตกต่างของค่าสังเกตที่ปัจจัย A อย่างน้อย 2 ระดับ
- ปัจจัย B
 - ปฏิเสธ H_0 : ปัจจัย B มีอิทธิพลต่อค่าสังเกต หรือมีความแตกต่างของค่าสังเกตที่ปัจจัย B อย่างน้อย 2 ระดับ
 - ไม่ปฏิเสธ H_0 : ปัจจัย B ไม่มีอิทธิพลต่อค่าสังเกต หรือไม่มีความแตกต่างของค่าสังเกตที่ปัจจัย B อย่างน้อย 2 ระดับ

Page 20

การสรุปผล

- อิทธิพลร่วม A และ B
 - ★ ปฏิเสธ H_{01} : ปัจจัย A และ B มีอิทธิพลร่วมกันที่ส่งผลต่อค่าสังเกต
 - ★ ไม่ปฏิเสธ H_{01} : ปัจจัย A และ B ไม่มีอิทธิพลร่วมกันที่ส่งผลต่อค่าสังเกต

ตัวอย่าง

- ตัวอย่างที่ 1 นักวิจัยต้องการศึกษาอิทธิพลของระยะเวลาในการแช่และระยะเวลาในการเพาะข้าวเปลือกหอมมะลิต่อร้อยละของการงอกของข้าวเปลือกเพื่อพัฒนาเป็นข้าวกล้องหอมมะลิเชิงอก ทำการทดลองแบบแฟกทอเรียลใน CRD ใน 2 ปัจจัย คือ ระยะเวลาการแช่ข้าวเปลือก มี 3 ระดับ คือ ที่ 10 15 และ 20 ชั่วโมง และระยะเวลาของการเพาะข้าวเปลือก มี 3 ระดับ คือ ที่ 9 12 และ 15 ชั่วโมง ทำการทดลองที่รีพลิเคต 3 ครั้ง บันทึกร้อยละของการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิ ดังตาราง

ตัวอย่าง

ระยะเวลาในการแช่ (A)	ซ้ำที่	ระยะเวลาในการเพาะ (B)		
		9 ชั่วโมง (b_1)	12 ชั่วโมง (b_2)	15 ชั่วโมง (b_3)
10 ชั่วโมง (a_1)	1	43	68	89
	2	45	70	88
	3	47	72	90
15 ชั่วโมง (a_2)	1	60	84	92
	2	63	80	92
	3	59	82	90
20 ชั่วโมง (a_3)	1	66	90	89
	2	63	91	91
	3	64	88	92

การตั้งสมมติฐาน

- ปัจจัย A
 - $H_0: \alpha_i = 0$ (ไม่มีอิทธิพลของระยะเวลาในการแช่ข้าวเปลือกต่อการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิ)
 - $H_1: \alpha_i \neq 0$ (มีอิทธิพลของระยะเวลาในการแช่ข้าวเปลือกต่อการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิ)
- ปัจจัย B
 - $H_0: \beta_j = 0$ (ไม่มีอิทธิพลของระยะเวลาในการเพาะข้าวเปลือกต่อการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิ)
 - $H_1: \beta_j \neq 0$ (มีอิทธิพลของระยะเวลาในการเพาะข้าวเปลือกต่อการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิ)
- ปัจจัยร่วมระหว่าง A และ B
 - $H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0$ (ไม่มีอิทธิพลร่วมระหว่างระยะเวลาในการแช่และเพาะข้าวเปลือกต่อการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิ)
 - $H_1: (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$ (มีอิทธิพลร่วมระหว่างระยะเวลาในการแช่และเพาะข้าวเปลือกต่อการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิ)

การคำนวณผลรวม

ระยะเวลาในการแช่ (A)	วันที่	ระยะเวลาในการเพาะ (B)			ผลรวม (T _{ij})	ผลรวมของ A (T _{i.})
		9 ชั่วโมง (b ₁)	12 ชั่วโมง (b ₂)	15 ชั่วโมง (b ₃)		
10 ชั่วโมง (a ₁)	1	43	68	89	200	
	2	45	70	88	203	
	3	47	72	90	209	
ผลรวม (T _{i.})		135	210	267	612	612
15 ชั่วโมง (a ₂)	1	60	84	92	236	
	2	63	80	92	235	
	3	59	82	90	231	
ผลรวม (T _{i.})		182	246	274	702	702
20 ชั่วโมง (a ₃)	1	66	90	89	245	
	2	63	91	91	245	
	3	64	88	92	244	
ผลรวม (T _{i.})		193	269	272	734	734
ผลรวมของ B (T _{.j})		510	725	813	2,048	2,048

Page 25

การคำนวณผลรวมกำลังสอง

$$C.T. = \frac{T_{...}^2}{abr} = \frac{2,048^2}{3 \times 3 \times 3} = 155,344.6$$

$$SST = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r y_{ijk}^2 - \frac{T_{...}^2}{abr}$$

$$= 43^2 + 45^2 + 47^2 + \dots + 92^2 - 155,344.6$$

$$= 6,681.41$$

$$SSTr = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \left(\frac{T_{ij.}^2}{r} - \frac{T_{i.}^2}{abr} \right)$$

$$= \frac{135^2}{3} + \frac{210^2}{3} + \frac{267^2}{3} + \dots + \frac{272^2}{3} - 155,344.6$$

$$= 6,630.07$$

การคำนวณผลรวมกำลังสอง

$$SSA = \sum_{i=1}^a \frac{T_{i.}^2}{br} - \frac{T_{...}^2}{abr}$$

$$= \frac{612^2}{3 \times 3} + \frac{702^2}{3 \times 3} + \frac{734^2}{3 \times 3} - 155,344.6$$

$$= 889.19$$

$$SSB = \sum_{j=1}^b \frac{T_{.j}^2}{ar} - \frac{T_{...}^2}{abr}$$

$$= \frac{510^2}{3 \times 3} + \frac{725^2}{3 \times 3} + \frac{813^2}{3 \times 3} - 155,344.6$$

$$= 5,399.19$$

การคำนวณผลรวมกำลังสอง

$$SSAB = SSTr - SSA - SSB$$

$$= 6,630.07 - 889.19 - 5,399.19$$

$$= 341.70$$

$$SSE = SST - SSA - SSB - SSAB$$

$$= 6,681.41 - 889.19 - 5,399.19 - 341.07$$

$$= 51.33$$

สร้างตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

SOV	df	SS	MS	F
ทรีทเมนต์	8	6,630.07		
ปัจจัย A	2	889.19	444.59	155.88
ปัจจัย B	2	5,399.19	2,699.59	946.54
อิทธิพลร่วม AB	4	341.70	85.43	29.95
ความคลาดเคลื่อน	18	51.33	2.85	
Total	26	6,681.41		

Page 29

การตัดสินใจ

- ปัจจัย A ปฏิเสธเมื่อ $F_A > F_{.05(2,18)}$
 $155.88 > 3.55$ ปฏิเสธสมมติฐานหลัก $H_0: \alpha_i = 0$
- ปัจจัย B ปฏิเสธเมื่อ $F_B > F_{.05(2,18)}$
 $946.54 > 3.55$ ปฏิเสธสมมติฐานหลัก $H_0: \beta_j = 0$
- อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A และปัจจัย B
 ปฏิเสธเมื่อ $F_{AB} > F_{.05(4,18)}$
 $29.95 > 2.93$ ปฏิเสธสมมติฐานหลัก $H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0$

Page 30

สรุปผล

- ระยะเวลาในการแช่และระยะเวลาในการเพาะข้าวเปลือกหอมมะลิมีอิทธิพลต่อร้อยละของการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิ และระยะเวลาในการแช่และระยะเวลาในการเพาะข้าวเปลือกหอมมะลิมีอิทธิพลร่วมกัน หรือสามารถสรุปจากค่าเฉลี่ยดังนี้
- ค่าเฉลี่ยของร้อยละของการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิมีความแตกต่างกันตามระยะเวลาในการแช่อย่างน้อย 2 ช่วงเวลา
- ค่าเฉลี่ยของร้อยละของการงอกของข้าวเปลือกหอมมะลิมีความแตกต่างกันตามระยะเวลาในการเพาะอย่างน้อย 2 ช่วงเวลา

Page 31